

Ayudantía 2

Método de Newton-Raphson. Regulación de Tensión.

Problema 1. I1 - 2010 - 2S

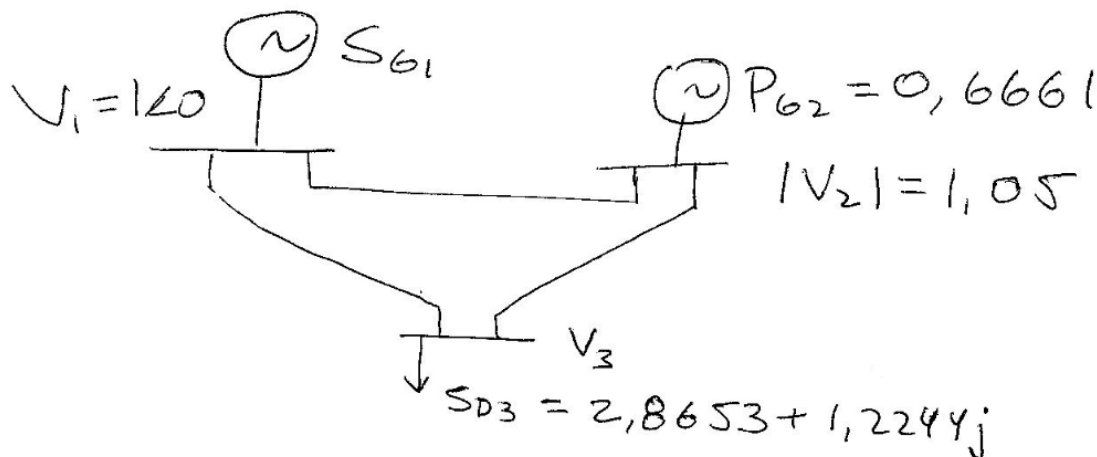


Figura 1: Esquema del problema

En el circuito de la Figura 1 todos los elementos del Shunt asociados a las líneas de transmisión son capacitancias con admitancia de valor $0,01j$, mientras que los elementos serie son inductancias de impedancia $0,1j$.

- Encuentre la matriz de admitancia y luego plantee las ecuaciones de NR necesarias para iterar y encontrar las variables relevantes del problema de flujo de potencia.
- Escriba las ecuaciones de la 1ra iteración. Derive si es necesario pero no invierta matrices ni ejecute multiplicaciones simbólicas, sino que deje expresada claramente que hacer cuando el cálculo es mas complejo.

Solución: a) y b) De las líneas tenemos:

$$\frac{Y}{2} = 0,01j \quad , \quad Z_L = 0,1j \rightarrow Y_L = -10j$$

de donde la matriz admitancia es:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} -20j + 0,02j & 10j & 10j \\ 10j & -20j + 0,02j & 10j \\ 10j & 10j & -20j + 0,02j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19,98j & 10j & 10j \\ 10j & -19,98j & 10j \\ 10j & 10j & -19,98j \end{pmatrix}$$

Es claro que como los datos son $|V_2|$, P_2 , P_3 , Q_3 entonces el nodo 1 es slack, el nodo 2 es PV y el nodo 3 es PQ. Lo que nos deja inmediatamente las variables θ_2 , $|V_3|$ y θ_3 . Luego:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ |V_3| \end{pmatrix}$$

donde llame V_3 a $|V_3|$ para no andar arrastrando el símbolo del módulo. Recordamos las fórmulas de NR:

$$P_i^{calc} = V_i \sum_j V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$Q_i^{calc} = V_i \sum_j V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij})$$

donde en este caso $G_{ij} = 0$ para todos. Y recordar que $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$. En nuestro caso sabemos que $V_1 = 1 \angle 0$ y que $|V_2| = 1,05$. Luego calculamos ΔP_2 en forma general:

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= 0,6661 - 1,05(-1,05 \cdot 19,98 \sin(\theta_2 - \theta_2) + 1 \cdot 10 \sin(\theta_2 - 0) + V_3 \cdot 10 \sin(\theta_2 - \theta_3)) \\ &= 0,6661 - 10,5 \sin \theta_2 - 10,5 V_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) \end{aligned}$$

Para ΔP_3 :

$$\begin{aligned} \Delta P_3 &= -2,8653 - V_3(1 \cdot 10 \sin(\theta_3 - 0) + 1,05 \cdot 10 \sin(\theta_3 - \theta_2) - V_3 \cdot 19,98 \sin(\theta_3 - \theta_3)) \\ &= -2,8653 - 10 V_3 \sin \theta_3 - 10,5 V_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) \end{aligned}$$

Para ΔQ_3 :

$$\begin{aligned} \Delta Q_3 &= -1,2244 - V_3(-1 \cdot 10 \cos(\theta_3 - 0) - 1,05 \cdot 10 \cos(\theta_3 - \theta_2) + V_3 \cdot 19,98 \cos(\theta_3 - \theta_3)) \\ &= -1,2244 + 10 V_3 \cos \theta_3 + 10,5 V_3 \cos(\theta_3 - \theta_2) - 19,98 V_3^2 \end{aligned}$$

Calculamos la Matriz Jacobiana que viene dada por:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial \Delta Q_3}{\partial V_3} \end{pmatrix}$$

Por lo que debemos derivar:

$$\frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} = -10,5 \cos \theta_2 - 10,5 V_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)$$

$$\frac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_3} = 10,5 V_3 \cos(\theta_2 - \theta_3)$$

$$\frac{\partial \Delta P_2}{\partial V_3} = -10,5 \sin(\theta_2 - \theta_3)$$

$$\frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_2} = 10,5 V_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3} = -10 V_3 \cos \theta_3 - 10,5 V_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial \Delta P_3}{\partial V_3} = -10 \sin \theta_3 - 10,5 \sin(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_2} = 10,5 V_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_3}{\partial \theta_3} = -10 V_3 \sin \theta_3 - 10,5 V_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_3}{\partial V_3} = 10,5 \cos(\theta_3 - \theta_2) - 2 V_3 \cdot 19,98$$

Luego para evaluar simplemente asumimos el vector inicial:

$$\vec{x}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

y debemos evaluar nuestro Jacobiano en este vector y evaluar

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{pmatrix}$$

con nuestros valores de \vec{x}^0 para obtener \vec{f}^0 . Luego para actualizar el vector simplemente:

$$\vec{x}^1 = \vec{x}^0 - J(\vec{x}^0)^{-1} \vec{f}(\vec{x}^0)$$

Problema 2. I2 - 2011 - 2

a-b) Deduzca los elementos del jacobiano del método Newton-Raphson de flujo de potencia que relacionan errores de potencia activa y reactiva de la barra i con el ángulo de fase de la tensión en la barra j ($j \neq i$). Recuerde que los errores se expresan como $\Delta P_i = P_i^{esp} - P_i^{calc}$ y $\Delta Q_i = Q_i^{esp} - Q_i^{calc}$ con:

$$P_i^{calc} = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik})$$

$$Q_i^{calc} = V_i \sum_{k=1}^n V_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik})$$

Explique las simplificaciones que se introducen en esos elementos del jacobiano en el método Newton Raphson Desacoplado.

c) Explique las simplificaciones que hace el flujo de potencia lineal en la ecuación de flujo activo por una línea e indique la ecuación resultante. ¿Porqué se puede hacer esta aproximación? ¿Qué ventajas tiene esta aproximación?

$$P_{ij} = V_i^2 G_{ij} - V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij})$$

Solución: a-b) Queremos encontrar:

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_j} \quad \wedge \quad \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_j}$$

Así:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \theta_j} &= 0 - V_i \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left\{ V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \right\} \\ &= -V_i V_j [G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}] \\ &= V_i V_j B_{ij} \cos \theta_{ij} - V_i V_j G_{ij} \sin \theta_{ij} \end{aligned}$$

y:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_j} &= 0 - V_i \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left\{ V_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \right\} \\ &= -V_i V_j [-G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}] \\ &= V_i V_j G_{ij} \cos \theta_{ij} + V_i V_j B_{ij} \sin \theta_{ij} \end{aligned}$$

Si desacoplamos quitamos la dependencia de P con V y de Q con θ . Luego es claro que $\partial\Delta Q/\partial\theta = 0$ y $\partial\Delta P/\partial V = 0$. Gracias a esto obtenemos en NR:

$$\Delta\theta = -J[\Delta P]^{-1}\Delta P \quad \wedge \quad \Delta V = -J[\Delta Q]^{-1}\Delta Q$$

lo que en esencia desacopla el sistema.

c) En flujo DC no nos importa el movimiento de Q , y como este depende en gran mayoría de V podemos fijar $|V_i| = 1$ para los nodos. Por otra parte la conductancia influye muy poco, lo que nos permite imponer $G_{ij} = 0 \forall i, j$. Además la variación de ángulos es pequeña lo que nos permite utilizar las aproximaciones del seno y coseno, con lo que $\cos\theta_{ij} = 1$ y $\sin\theta_{ij} = \theta_{ij}$. Considerando todo esto la ecuación queda:

$$P_{ij} = -B_{ij}\theta_{ij}$$

Esta ecuación es lineal, su solución es muy simple, lo que nos permite hacer un estudio rápido del sistema (sin la precisión necesaria) y muy útil si queremos un estudio de solo potencias activas.

Problema 3. Examen - 2009 - 1

En la figura se ha representado el diagrama unilineal de un sistema eléctrico de potencia, con las siguientes características.

- Generadores 1 y 2: 30MVA, 8kV, $X = 15\%$ bp. Ambos generadores controlan la tensión interna.
- Generador 3: 20MVA, 110kV, $X = 1\Omega$. Controla la tensión externa (en bornes del generador).
- Línea BC: $R = 40\Omega$, $X = 110\Omega$. Línea CD: $R = 30\Omega$, $X = 100\Omega$. Línea CF: $R = 40\Omega$, $X = 110\Omega$.
- Trafos T1 y T2: 30 MVA, 7kV/110kV, $X = 15\%$ bp.
- Consumo en barra C: 40MW, 12MVar, alimentado con tensión 0,9 pu en la barra C.

Determine los parámetros en pu del sistema en base común. Trabaje con base de 30MVA y 110kV en las líneas. Cuidado con los cambios de base. Determine el equivalente de Thevenin del sistema desde la barra C. Calcule aproximadamente los reactivos a inyectar en la barra C para subir la tensión a 0,95pu.

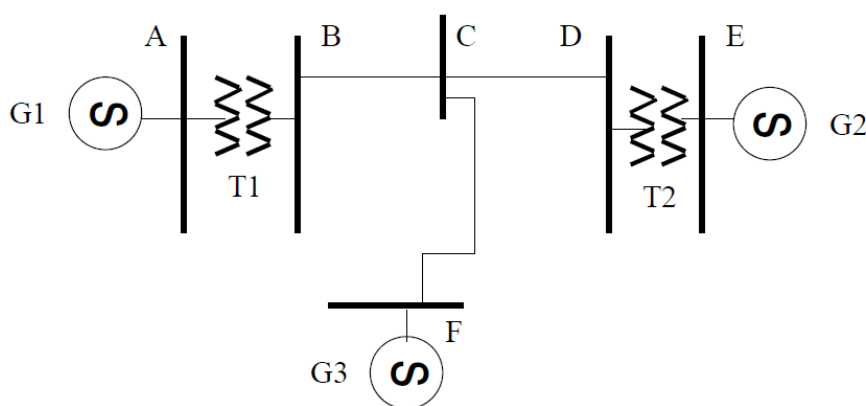


Figura 2: Esquema del problema

Solución: Realizando los cambios de base llegamos al siguiente circuito equivalente en pu:

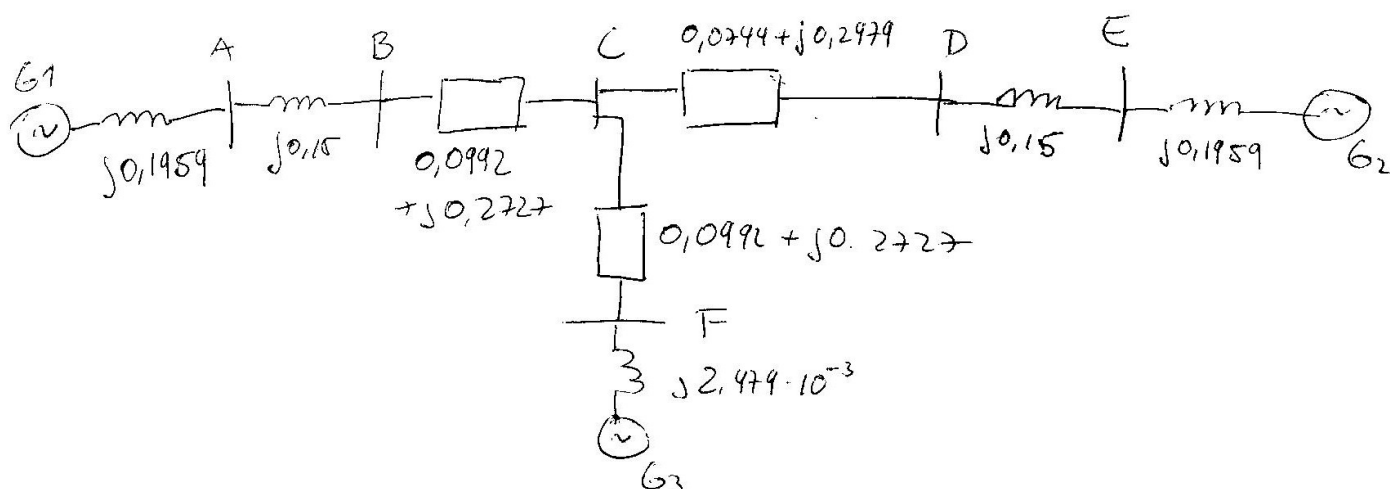


Figura 3: Circuito equivalente en por unidad

Ahora para realizar la inyección de reactivos debemos calcular el equivalente de Thevenin en C, pero sin considerar X_{G3} pues el generador 3 controla tensión externa. Luego:

$$Z_{th} = Z_{G1-C} \parallel Z_{G2-C} \parallel Z_{F-C}$$

con:

$$Z_{G1-C} = 0,0992 + j0,6186; \quad Z_{G2-C} = 0,0744 + j0,5938; \quad Z_{F-C} = 0,0992 + j0,2727$$

Y por tanto:

$$Z_{th} = 0,03676 + j0,1452$$

Ahora tenemos que $V_c = 0,9$ y el consumo es $S = 40\text{MW} + j12\text{MVar} = 1,333 + j0,4$. Luego:

$$I = \left(\frac{1,333 + j0,4}{0,9} \right)^* = 1,4815 - j0,444$$

y por tanto:

$$|V_0| = |V + I \cdot Z_{th}| = 1,0376$$

Calculamos los factores de influencia:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{V_0 - 2V}{R_{th}} = -20,7399$$

y

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{V_0 - 2V}{X_{th}} = -5,25069$$

Por tanto:

$$\Delta V = \frac{\overbrace{\Delta P}^0}{\frac{\partial P}{\partial V}} + \frac{\Delta Q}{\frac{\partial Q}{\partial V}} \rightarrow \Delta Q = (-5,25069) \cdot (0,95 - 0,9) = -0,2625$$

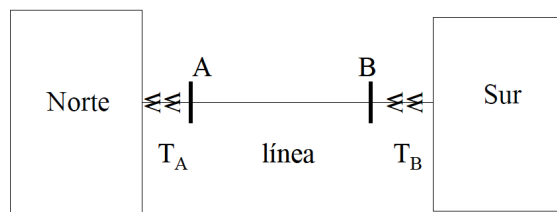
Es decir debo inyectar 0,2625 pu.

Problema 4. I1 - 2002 - 1

a) Chilectra informa a una industria que el equivalente de Thevenin del sistema interconectado, visto desde la industria es $X=1$ pu. La tensión al entrar a la industria, con un consumo de 4MW y 2MVar es de 1,02pu. Se conecta un motor que al partir consume 3MVar. Determine como varía la tensión a la entrada de la industria. Trabaje con base 100MVA.

b) En la interconexión entre dos sistemas de la figura se desea elevar la tensión de la barra A en un 3%, conectando un condensador. En esta barra no hay consumos e inicialmente se tiene $V = 1$ pu. Determine el tamaño del condensador a conectar (en MVar). Las reactancias del sistema en pu en base 100MVA son:

- Equivalente Thevenin norte $X = 0,05$.
- Equivalente Thevenin sur $X = 0,04$.
- Trafo TA: $X = 0,12$.
- Trafo TB: $X = 0,1$
- Línea AB: $X = 0,4$.



Solución: a) Tenemos: $S = 0,04 + 0,02j$ y $V = 1,02$. Luego: $I = (S/V)^* = 0,048344 \angle -26,56^\circ$. Así:

$$V_{th} = |1,02 + I \cdot Z_{th}| = 1,04035$$

Así el factor de influencia:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{1,04035 - 2 \cdot 1,02}{1} = -0,99965$$

Por tanto:

$$\Delta V = \frac{0,03}{-0,99625} = -0,03001$$

b) Queremos que $\Delta V = 0,03$. Calculamos el equivalente de Thevenin para la barra A:

$$Z_{th} = (0,05 + 0,12j) \parallel (0,4 + 0,1 + 0,04j) = 0,1293j$$

Luego como en A no hay consumo se tiene que los factores de influencia son:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{-V}{X_{th}} = \frac{-1}{0,1293} = -7,7339$$

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{-V}{R_{th}} = -1/0 = \infty$$

Luego:

$$\Delta V = \frac{\Delta Q}{-7,7339} \rightarrow \Delta Q = -0,23201 = -23,201 \text{ MVar}$$