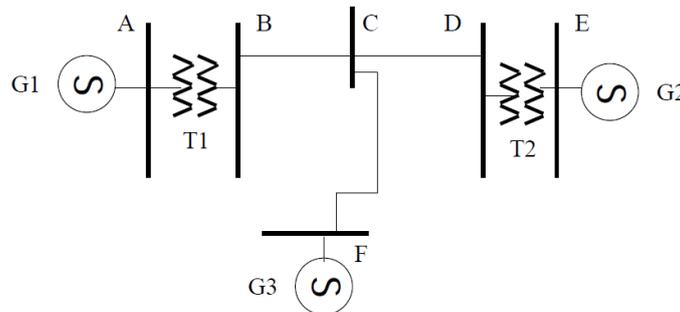


Ayudantía 1

Trabajo por unidad. Tetrapolos. Flujo de Potencia.

Problema 1. I1 - 2007 - 1

Cálculos en por unidad

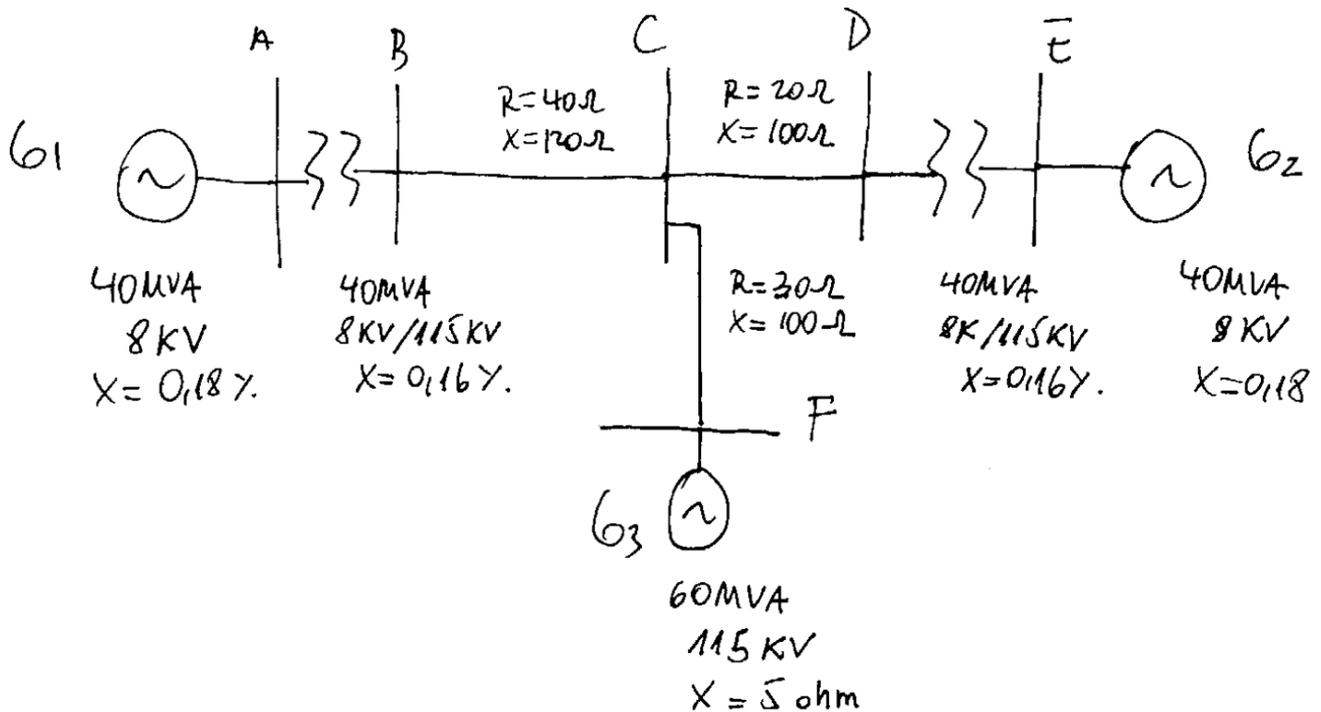


En la figura se ha representado el diagrama unilínea de un sistema eléctrico de potencia. Las características de los generadores, de las líneas y de los transformadores son las siguientes:

- Generadores 1 y 2: 40 MVA; 8 kV; $X=18\%$ base propia
- Generador 3: 60 MVA; 115 kV; $X=5$ ohm
- Línea BC: $R=40$ ohm $X=120$ ohm
- Línea CD: $R=20$ ohm $X=100$ ohm
- Línea CF: $R=30$ ohm $X=100$ ohm
- Transformadores T_1 y T_2 : 40 MVA; 8 kV/115 kV; $X=16\%$ base propia

- a) Obtener el circuito equivalente para cálculos en por unidad, con base de 40 MVA y 115 kV en el sector de la transmisión.
- b) Determine la tensión en [kV] y corriente en [A] en la barra interna del generador G2 si el consumo en C es de 20 MW y 5 MVar y se alimenta con tensión 110% en el consumo. Suponga que ese generador G2 contribuye con un 60% de las potencias a ese consumo.

Solución: a) Consideremos el siguiente esquema:



Nos piden usar $S_b = 40$ MVA y usar $V_{b2} = 115$ kV en el sector de transmisión. Claramente hay 3 sectores (diferenciados por los trafos), y se subentiende que el sector de transmisión es el sector de mayor voltaje.

Así usando los trafos tenemos:

$$V_{b1} = \frac{8}{115} \cdot 115 = 8kV \quad \wedge \quad V_{b3} = \frac{8}{115} \cdot 115 = 8kV$$

donde 1 es el sector del generador 1 y 3 el sector del generador 2. Con esto obtenemos las impedancias base:

$$Z_{b1} = \frac{V_{b1}^2}{S_b} = \frac{(115 \cdot 10^3)^2}{40 \cdot 10^6} = \frac{8^2}{40} = 1,6\Omega$$

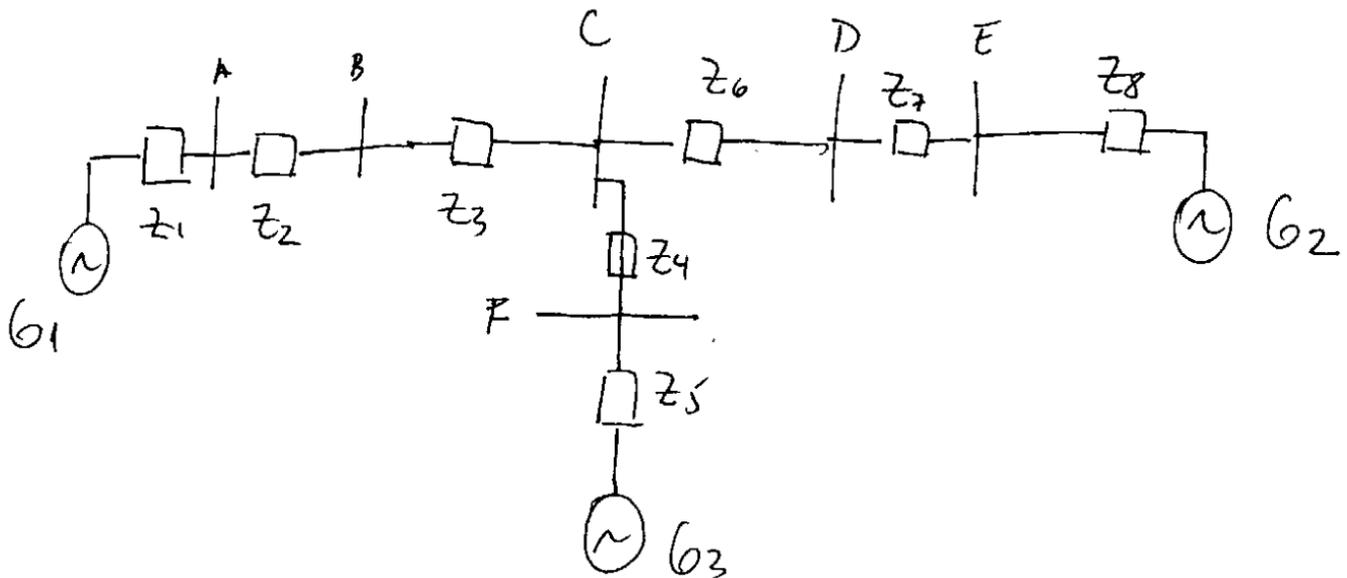
y equivalentemente:

$$Z_{b2} = \frac{V_{b2}^2}{S_b} = \frac{115^2}{40} = 330,625\Omega \quad \wedge \quad Z_{b3} = \frac{8^2}{40} = 1,6\Omega$$

Además obtenemos las corrientes base:

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \rightarrow I_{b1} = I_{b3} = \frac{40 \cdot 10^6}{8 \cdot 10^3} = 5kA \quad \wedge \quad I_{b2} = \frac{40}{115} = 0,35kA$$

Así al pasar el sistema a p.u. se verá como el siguiente esquema:



Partiremos calculando las impedancias de izquierda a derecha:

- Note que para Z_1 la base de G1 es la misma que la que utilizamos en ese sector, de donde se sigue directamente que: $z_1 = 0,18j$
- Note que para Z_2 la base de T1 es la misma que utilizamos en ese sector, de donde: $z_2 = 0,16j$
- Aquí:

$$z_3 = \frac{40 + 120j}{Z_{b2}} = \frac{40 + 120j}{330,625} = 0,1209 + 0,3629j$$

$$z_4 = \frac{30 + 100j}{Z_{b2}} = \frac{30 + 100j}{330,625} = 0,0907 + 0,3024j$$

$$z_5 = \frac{5j}{Z_{b2}} = \frac{5j}{330,625} = 0,015j$$

$$z_6 = \frac{20 + 100j}{330,625} = 0,0609 + 0,3024j$$

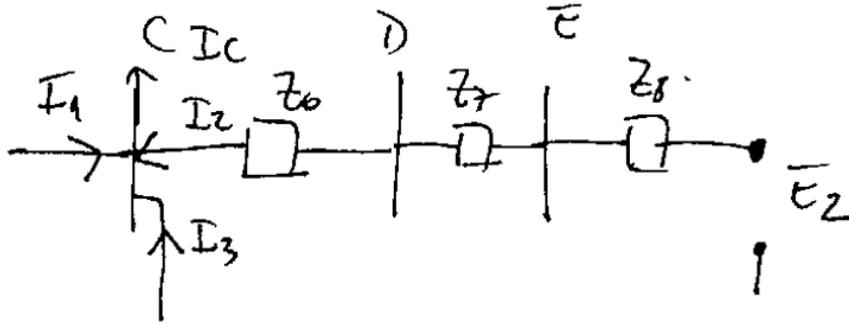
- Para z_7 y z_8 se tiene que las bases de sus respectivos diseños son la misma que usamos por lo que:

$$z_7 = 0,16j \quad \wedge \quad z_8 = 0,18j$$

b) El consumo en C es: $20MW + 5MVA_r$ y su tensión es 1,1 pu, con lo que trabajando en pu se tiene:

$$S_c = \frac{20 + 5j}{40} = 0,5 + 0,125j \quad \wedge \quad V_c = 1,1$$

Usando el siguiente esquema:



y sabiendo que G_2 contribuye con un 60% de ese consumo tenemos:

$$V_c I_2^* = (0,5 + 0,125j) \cdot 0,6 \rightarrow I_2 = \left(\frac{1}{V_c} (0,5 + 0,125j) \cdot 0,6 \right)^* = 0,27 - 0,0681j$$

Luego usando la Ley de Ohm:

$$\begin{aligned} E_2 - V_c &= (z_6 + z_7 + z_8)I_2 \rightarrow E_2 = 1,1 + (0,27 - 0,0681j)(0,0609 + 0,3024j + 0,16j + 0,18j) \\ &= 1,1102 + 0,0125j \end{aligned}$$

Finalmente como nos piden en Amperes y kV:

$$I_{G2} = I_{b3} I_2 = 5kA(0,27 - 0,0681j) = 1350 - 340,5j \text{ A} = 1392,28 \angle -14,156^\circ \text{ A}$$

y

$$V_{G2} = V_{b3} E_2 = 8kV(1,1102 + 0,0125j) = 8,9616 + 0,1j \text{ kV} = 8,962 \angle 0,63^\circ \text{ kV}$$

Problema 2. I1 - 2008 - 1 Solo partes a), b) y c)



En el sistema de la figura, trabajando en pu base 100 MVA, se solicita calcular en por unidad
 a) la tensión que es preciso mantener en bornes del generador para que la tensión en la carga D sea el 95% de la nominal.
 b) la potencia activa y reactiva que entrega el generador en esas condiciones
 c) las pérdidas de potencia activa en el sistema, expresadas en forma porcentual sobre la generación.
 d) la corriente resultante de un cortocircuito trifásico en la barra C. Suponga que se mantiene constante la tensión en bornes del generador. ¿A que valor cambia la corriente resultante si el cortocircuito es en B?

T1 : X=0,4 [pu] Línea : A=0,93/0°, B=0,22/82,5°, C=j0,68 [pu] T2 : X=0,04 [pu]

Carga en D: 90MVA, factor de potencia 0,83 inductivo.

Solución: a) Dado que la línea nos las dan en parámetros de tetrapolos deberemos trabajar de esa forma. De la relación de tetrapolos $AD - BC = 1$ se tiene que:

$$D = \frac{BC + 1}{A} = \frac{0,22 \angle 82,5^\circ \cdot 0,68j + 1}{0,93} = 0,915 + 0,0209j$$

Para la carga como nos dan $\cos \varphi = 0,83 \rightarrow \sin \varphi = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 0,557$ obtenemos que:

$$S_{d,pu} = \frac{90 \cdot 0,83 + 90 \cdot 0,557j}{100} = 0,747 + 0,5013j$$

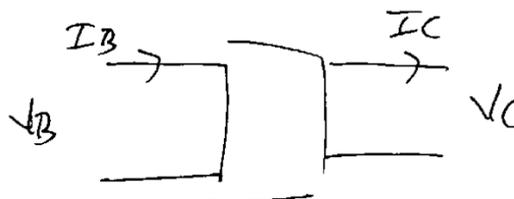
y como nos dicen que la tensión $V_d = 0,95$ se sigue:

$$I_d = \left(\frac{S_d}{V_d} \right)^* = \left(\frac{0,747 + 0,5013j}{0,95} \right)^* = 0,786 - 0,527j$$

Luego usando Ley de Ohm entre las barras C y D (misma corriente):

$$\frac{V_c - V_d}{0,04j} = I_d \rightarrow V_c = V_d + 0,04jI_d = 0,97 + 0,0314j$$

Ahora del tetrapolo tenemos:



$$\begin{bmatrix} V_b \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ I_c \end{bmatrix}$$

y como ya tenemos $V_c, I_c = I_d$ y todos los parámetros del tetrapolo se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_b \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,039 + 0,185j \\ 0,7095 + 0,193j \end{bmatrix}$$

Finalmente usando la Ley de Ohm:

$$\frac{V_a - V_b}{0,4j} = I_b \rightarrow V_a = V_b + 0,4jI_b = 0,9621 + 0,469j$$

b) Usamos que $I_a = I_b$ y tenemos:

$$S_G = V_a I_a^* = \underbrace{0,7735}_{pot \ act} + \underbrace{0,146j}_{pot \ reac}$$

c) La potencia activa perdida será:

$$\text{Re}(S_G - S_d) = 0,7735 - 0,747 = 0,0265$$

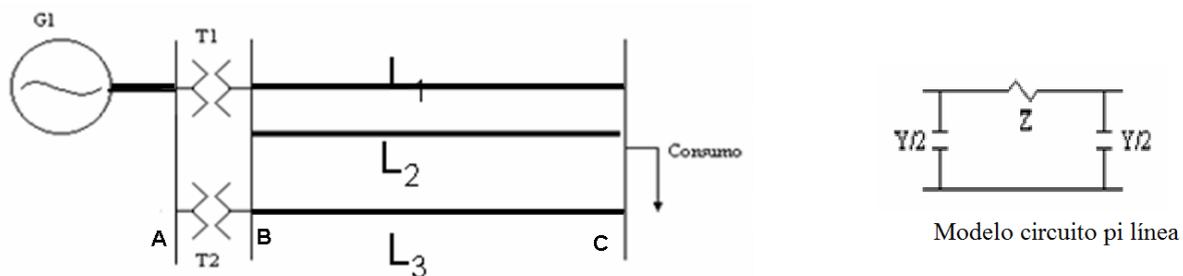
y como % del generador:

$$\frac{0,0265}{0,7735} = 3,42\%$$

Problema 3. I1 - 2011 - 2: Cálculos en por unidad y tetrapolos

Considere el sistema eléctrico de la figura. Las características de sus elementos son:

- G_1 : generador 100MVA, 13,8kV, $X = 1,05$ pu base propia
 - T_1 y T_2 : c/u transformador trifásico 50MVA, 13,8kV/110kV, $X = 0,15$ pu base propia
 - L_1 y L_2 : cada una corresponde a línea de 110kV, $Z = j40\Omega$, $Y/2 = j100\mu\text{S}$
 - L_3 : línea de 110kV, $Z = j80\Omega$ Consumo: 50MVA, factor de potencia 0,85 inductivo.
- a) Obtener el circuito equivalente para cálculos en por unidad, base 100MVA y 110kV en las líneas. Utilice el circuito pi para modelar las líneas, con $Y/2$ en cada extremo.
- b) Determine la tensión en pu que es preciso mantener interna al generador para que la tensión en la carga (barra C) sea 1 pu. Trabaje con tetrapolos.
- c) Con la tensión en el generador obtenida en b), determine la corriente I_c en pu resultante al cortocircuitar la barra C ($V_c = 0$)



Solución: a) Tenemos $S_b = 100\text{MVA}$ y $V_{bL} = 110\text{kV}$ de donde es directo que:

$$Z_{bL} = \frac{110^2}{100} = 121\Omega$$

Por otra parte en el generador usando el transformador tenemos:

$$V_{bg} = \frac{13,8}{110} \cdot V_{bL} = 13,8\text{kV} \rightarrow Z_{bg} = \frac{13,8^2}{100} = 1,9044\Omega$$

Por otra parte como el generador usa la misma base que utilizamos nosotros es directo que $x_g = 1,05j$. Para los trafos debemos transformar a la impedancia real y luego pasarla a p.u. en nuestra base, así:

$$x_{t1} = x_{t2} = 0,15 \cdot \left(\frac{13,8^2}{50}\right) / 1,9044 = 0,3j$$

luego como están en paralelo: $x_T = 0,15j$. Para la línea tenemos:

$$z_{L1} = z_{L2} = \frac{40j}{121} = 0,3306j \quad \wedge \quad z_{L3} = \frac{80j}{121} = 0,6612j$$

Al estar en paralelo:

$$z_L = \left(\frac{1}{z_{L1}} + \frac{1}{z_{L2}} + \frac{1}{z_{L3}}\right)^{-1} = 0,13224j$$

Por otra parte para los shunt tenemos:

$$\frac{Y}{2}(L_1) = \frac{Y}{2}(L_2) = 100 \cdot 10^{-6} \cdot 121 = 0,0121j$$

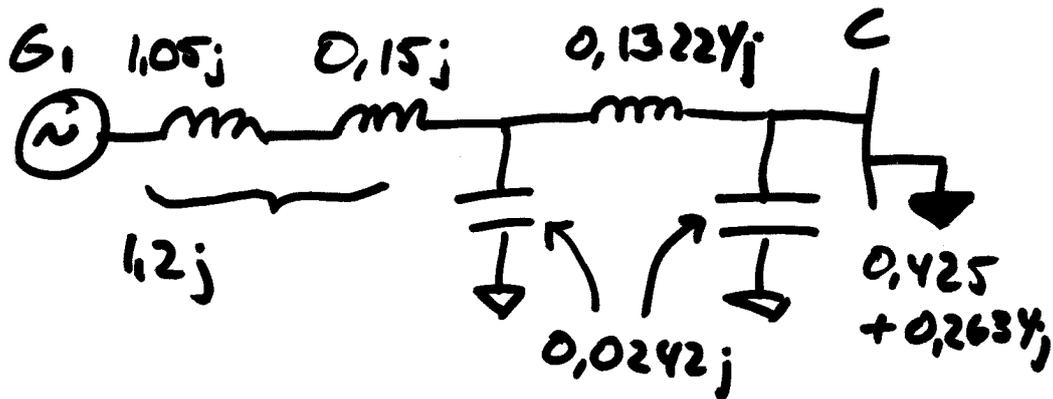
y al estar en paralelo:

$$\frac{Y}{2}(L) = \frac{Y}{2}(L_1) + \frac{Y}{2}(L_2) = 2 \cdot 0,0121j = 0,0242j$$

Para el consumo en p.u:

$$P = \frac{50 \cdot 0,85}{100} = 0,425 \quad \wedge \quad Q = \frac{50 \sin(\arccos 0,85)}{100} = 0,2634$$

Lo que nos deja:



b) Tenemos $V_c = 1$ y por tanto:

$$I_c = \left(\frac{0,425 + 0,2634j}{1} \right)^* = 0,425 - 0,2634j$$

Luego usando tetrapolos tenemos:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1,2j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,0242j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,13224j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,0242j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ I_c \end{bmatrix}$$

Multiplicando matrices y usando que $V_c = 1$ obtenemos:

$$V_1 = 1,28871 + 0,56457j = 1,407 \angle 23,66^\circ$$

c) Asumimos que se mantiene el voltaje en bornes del generador, por lo que luego del cortocircuito de C tenemos:

$$V_1 = 1,407 \angle 23,66^\circ \quad \wedge \quad V_c = 0$$

y usando nuevamente tetrapolos tenemos:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1,2j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,0242j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0,13224j \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,0242j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c \\ I_c \end{bmatrix}$$

y por ende

$$V_1 = 1,3284j I_c \rightarrow I_c = \frac{1,407 \angle 23,66^\circ}{1,3284j} = 1,0592 \angle -66,34^\circ$$

Problema 4. I1 - 2011 - 2: Flujo de Potencia

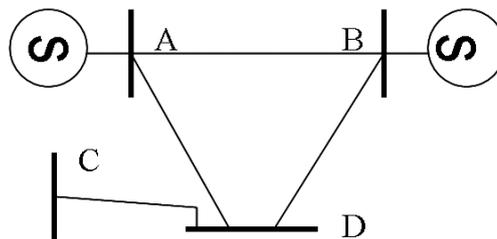
Se representa el diagrama unilineal de un sistema eléctrico de potencia. Se conocen las siguientes condiciones de operación para los generadores G_A y G_B : tensiones en bornes $V_A=1,03$ pu, $V_B=1,02$ pu, $P_B=100$ MW, Q_B no se conoce. La información disponible de consumo en cada barra es:

- Barra A: $P = 20$ MW, $Q = 5$ MVar
- Barra B: $P = 30$ MW, $Q = 5$ MVar
- Barra C: $P = 70$ MW, $Q = 10$ MVar

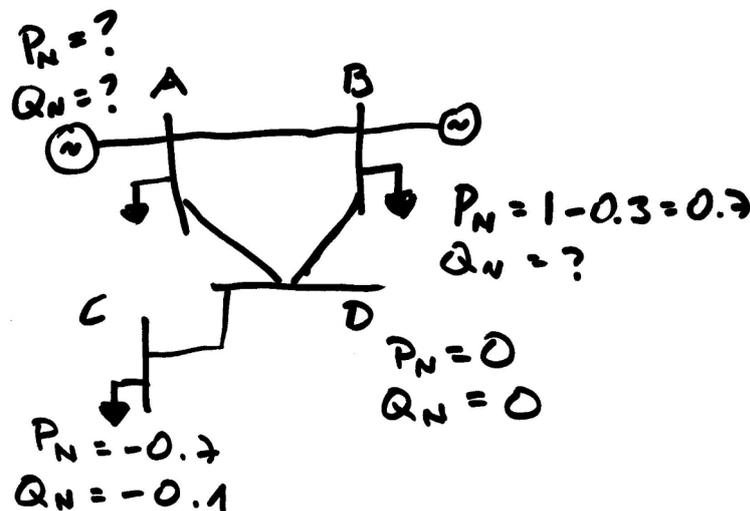
Se provee la siguiente información de la matriz admitancia nodal del sistema (en por unidad, base 100 MVA):

A	$-j9$	$j5$	0	$j4$
B		$-j10$	0	$j5$
C			$-j10$	$j10$
D				$-j25$

- a) Explique qué característica asignaría a cada barra (ya sea barra PQ, PV ó de referencia) en un estudio de flujo de potencia y ¿por qué?.
- b-c-d) Inicie un estudio de flujo de potencia con el método Gauss-Seidel, calculando los valores de los voltajes de todas las barras para la primera y segunda iteración. Calcule, después de la segunda iteración, la potencia generada en A. Considere como punto de partida tensiones 1 pu en barras donde no se ha especificado y ángulos de fase 0,0. Trabaje las barras en el orden A, B, C, D.



Solución: a) Consideremos el siguiente esquema:



De aquí es mas claro que tipo de barras usar:

- Barra A: Referencia. Se especifica $V_a = 1,03$ pero no sabemos la potencia generada por el generador, por lo que desconocemos la potencia neta P_n y Q_n . Luego:

$$V_a = 1,03 \angle 0^\circ$$

- Barra B: Tipo PV. Sabemos que $|V_b| = 1,02$ y que $P_{neta} = 0,7$.
- Barra C: Tipo PQ. Sabemos $P_n = -0,7$ y $Q_n = -0,1$.
- Barra D: Tipo PQ. Sabemos $P_n = 0$ y $Q_n = 0$.

b-c-d) Usando la simetría de la matriz admitancia se tiene:

$$Y = \begin{pmatrix} -9j & 5j & 0 & 4j \\ 5j & -10j & 0 & 5j \\ 0 & 0 & -10j & 10j \\ 4j & 5j & 10j & -25j \end{pmatrix}$$

Procedemos a realizar la 1ra iteración fijando $\theta_b = 0^\circ$ y $V_c = V_d = 1 \angle 0^\circ$:

1a iteración	V	θ	P_n	Q_n
A	1,03	0		
B	1,02	0	0,7	?
C	1	0	-0,7	-0,1
D	1	0	0	0

Recordemos que la ecuación fundamental de Gauss-Seidel viene dada por:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left[\left(\frac{S_i}{V_i} \right)^* - \sum_{j=1}^{n, j \neq i} Y_{ij} V_j \right]$$

y para las barras PV necesitamos calcular Q_i dado por:

$$Q_i = \text{Im} \left\{ V_i \sum_{j=1}^n (Y_{ij} V_j)^* \right\}$$

Así para la barra B se tiene:

$$Q_b = \text{Im} \{ 1,02 \cdot (5j \cdot 1,03 - 10j \cdot 1,02 + 0 \cdot 1 + 5j \cdot 1)^* \} = 0,051$$

y luego:

$$V_b = \frac{1}{-10j} \left(\left(\frac{0,7 + 0,051j}{1,02} \right)^* - (5j \cdot 1,03 + 0 \cdot 1 + 5j \cdot 1) \right) = 1,0223 \angle 3,849^\circ \leftarrow \text{solo guardo } \theta$$

Para C:

$$V_c = \frac{1}{-10j} \left(\left(\frac{-0,7 - 0,1j}{1} \right)^* - 10j \cdot 1 \right) = 0,9925 \angle -4,044^\circ$$

Para D:

$$V_d = \frac{1}{-25j} (0 - (4j \cdot 1,03 + 5j \cdot 1,02 \angle 3,849^\circ + 10j \cdot 0,9925 \angle -4,044^\circ)) = 0,7645 \angle -1,072^\circ$$

2a iteración	V	θ	P_n	Q_n
A	1,03	0		
B	1,02	3,849°	0,7	?
C	0,9925	-4,044	-0,7	-0,1
D	0,7645	-1,072	0	0

Para B:

$$Q_b = \text{Im} \{ (1,02 \angle 3,849^\circ) \cdot (5j \cdot 1,03 - 10j \cdot (1,02 \angle 3,849^\circ) + 5j \cdot (0,7645 \angle -1,072^\circ)^*) \} = 1,278$$

Luego:

$$V_b = \frac{1}{-10j} \left(\left(\frac{0,7 + 1,278j}{1,02 \angle 3,849^\circ} \right)^* - (5j \cdot 1,03 + 5j \cdot (0,7645 \angle -1,072^\circ)) \right) = 1,0199 \angle 3,92^\circ \leftarrow \text{solo guardo } \theta$$

Para C:

$$V_c = \frac{1}{-10j} \left(\left(\frac{-0,7 - 0,1j}{0,9925 \angle -4,044^\circ} \right)^* - 10j \cdot (0,7645 \angle -1,072^\circ) \right) = 0,754 \angle -6,392^\circ$$

Para D:

$$V_d = \frac{1}{-25j} (0 - (4j \cdot 1,03 + 5j \cdot (1,02 \angle 3,92^\circ) + 10j \cdot 0,754 \angle -6,392^\circ)) = 0,6683 \angle -1,686^\circ$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} S_{neta}^a &= V_a I_a^* \\ &= V_a \left(\sum_{j=1}^4 Y_{1j} V_j \right)^* \\ &= 1,03 (-9j \cdot 1,03 + 5j \cdot (1,02 \angle 3,92^\circ) + 4j \cdot (0,6683 \angle -1,686^\circ))^* \\ &= -0,278 + 1,555j = S_{gen}^a - S_{cons}^a \end{aligned}$$

Por tanto:

$$S_{gen}^a = S_{neta}^a + S_{cons}^a = -0,278 + 1,555j + 0,2 + 0,05j = -0,0781 + 1,605j$$