

Resumen Ex - Señales y Sistemas

Separabilidad: Una función se dice separable si cumple:

$$f(x, y) = f_1(x)f_2(y)$$

Circularmente simétrica: Una función es circularmente simétrica si cumple que

$$f(x, y) = f(r) \quad \text{con } r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Funciones conocidas:

$$\blacksquare \text{ Gauss}(x, y) = \text{Gauss}(x)\text{Gauss}(y) = \text{Gauss}(r) = e^{-\pi(x^2+y^2)} = e^{-\pi r^2}$$

$$\blacksquare 1(x, y) = 1(x)1(y) = 1$$

$$\blacksquare \Pi(x, y) = \Pi(x)\Pi(y) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2 \wedge |y| < 1/2 \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

$$\blacksquare \text{circ}(x, y) = \Pi(r) = \begin{cases} 1, & r = \sqrt{x^2 + y^2} < 1/2 \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

$$\blacksquare \text{sgn}(x, y) = \text{sgn}(x)\text{sgn}(y) = \frac{xy}{|xy|}$$

■

$$\text{jinc}(x) = \frac{J_1(\pi x)}{2x}$$

donde

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(n\xi - x \sin \xi) d\xi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^\pi \exp \{ -i(n\xi - x \sin \xi) \} d\xi \quad , \quad n \in \mathbb{Z}$$

Nos interesa:

$$\text{jinc}(r) = \text{jinc}(\sqrt{x^2 + y^2})$$

$$\blacksquare {}^2\delta(x, y) = \delta(x)\delta(y)$$

$$\blacksquare \mathbb{W}(x, y) = \mathbb{W}(x)\mathbb{W}(y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} {}^2\delta(x - n, y - m)$$

Impulsos de Linea: Al igual que en una variable:

$${}^2\delta(f(x, y)) = \frac{{}^2\delta(x', y')}{|\nabla f(x', y')|}, \quad \forall (x', y'), \text{ donde } f(x', y') = 0$$

Convolución y respuesta al impulso: Todo lo aplicable a 1 dimensión, es aplicable a 2D.
Es decir la salida de un sistema es:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x, y, \xi, \eta) d\xi d\eta$$

donde

$$h(x, y, \xi, \eta) = L\{\delta(x - \xi, y - \eta)\}$$

Si el sistema es LIT:

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta$$

Por otro lado la correlación es:

$$g(x, y) = f(x, y) \star h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x + \xi, y + \eta) d\xi d\eta$$

Transformada de Fourier en 2D (2FT):